ПРОЕКТ

ПРОЕКТ ЕГЭ 2025

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Демонстрационный вариант

контрольных измерительных материалов
единого государственного экзамена 2025 года
по МАТЕМАТИКЕ

Профильный уровень

подготовлен федеральным государственным бюджетным
научным учреждением
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

ПРОЕКТ ЕГЭ 2025

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

**Пояснения к демонстрационному варианту
контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена 2025 года по МАТЕМАТИКЕ**

Профильный уровень

При ознакомлении с демонстрационным вариантом контрольных измерительных материалов (КИМ) единого государственного экзамена (ЕГЭ) 2025 г. следует иметь в виду, что задания, включённые в него, не отражают всех элементов содержания, которые будут проверяться с помощью вариантов КИМ в 2025 г. Полный перечень элементов содержания, которые могут контролироваться на едином государственном экзамене 2025 г., приведён в кодификаторе проверяемых требований к результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования и элементов содержания для проведения единого государственного экзамена по математике.

В демонстрационном варианте представлены конкретные примеры заданий, не исчерпывающие всего многообразия возможных формулировок заданий на каждой позиции варианта экзаменационной работы.

Назначение демонстрационного варианта заключается в том, чтобы дать возможность любому участнику ЕГЭ и широкой общественности составить представление о структуре будущих КИМ, количестве заданий, об их форме и уровне сложности.

Приведённые критерии оценки выполнения заданий с развёрнутым ответом, включённые в этот вариант, дают представление о требованиях к полноте и правильности записи развёрнутого ответа.

В демонстрационном варианте представлено по несколько примеров заданий на некоторых позициях экзаменационной работы. В реальных вариантах экзаменационной работы на каждой позиции будет предложено только одно задание.

Эти сведения позволят выпускникам выработать стратегию подготовки к ЕГЭ в 2025 г.

© 2025 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена 2025 года по МАТЕМАТИКЕ

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$$

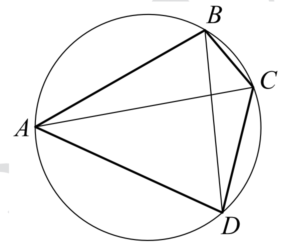
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

© 2025 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

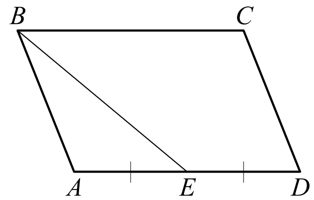
1 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 103°, угол CAD равен 42°. Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.



Ответ: ___________________________.

ИЛИ

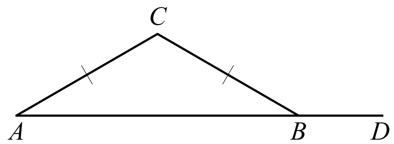
Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 24. Точка E — середина стороны AD. Найдите площадь трапеции $BCDE$.



Ответ: ___________________________.

ИЛИ

В треугольнике ABC стороны AC и BC равны, угол C равен 134°, угол CBD — внешний. Найдите угол CBD. Ответ дайте в градусах.



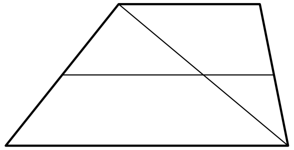
Ответ: ___________________________.

© 2025 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

ПРОЕКТ ЕГЭ 2025

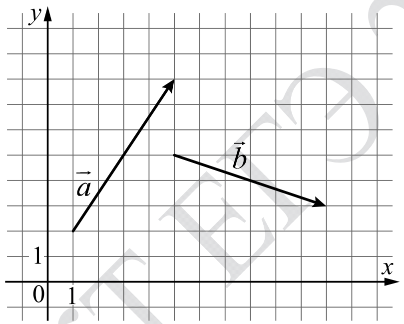
ИЛИ

Основания трапеции равны 4 и 10. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.



Ответ: ___________________________.

2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.



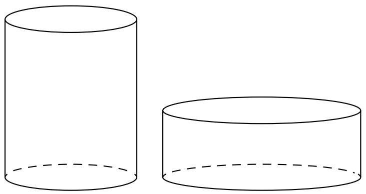
Ответ: ___________________________.

ИЛИ

Даны векторы $\vec{a}(25;0)$ и $\vec{b}(1;-5)$. Найдите длину вектора $\vec{a}-4\vec{b}$.

Ответ: ___________________________.

3 Одна цилиндрическая кружка вдвое выше второй, зато вторая в полтора раза шире. Найдите отношение объёма второй кружки к объёму первой.

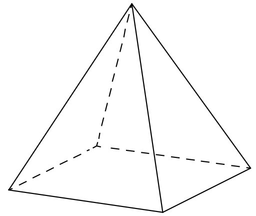


Ответ: ___________________________.

ПРОЕКТ ЕГЭ 2025

ИЛИ

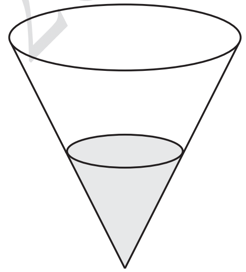
Стороны основания правильной четырёхугольной пирамиды равны 10, боковые рёбра равны 13. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.



Ответ: ___________________________.

ИЛИ

В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает $\frac{1}{3}$ высоты. Объём жидкости равен 4 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?



Ответ: ___________________________.

4 В группе туристов 20 человек. С помощью жребия они выбирают семь человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?

Ответ: ___________________________.

ИЛИ

Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,94. Вероятность того, что окажется меньше 15 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 15 до 19 включительно.

Ответ: ___________________________.

ПРОЕКТ ЕГЭ 2025

5 Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,2. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа **не перегорит**?

Ответ: ___________________________.

ИЛИ

В коробке 5 синих, 9 красных и 11 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Найдите вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастеры.

Ответ: ___________________________.

6 Найдите корень уравнения $4^{x-7}=\frac{1}{64}$.

Ответ: ___________________________.

ИЛИ

Найдите корень уравнения $\sqrt{3x+49}=10$.

Ответ: ___________________________.

ИЛИ

Найдите корень уравнения $\log_8(5x+47)=3$.

Ответ: ___________________________.

ИЛИ

Решите уравнение $\sqrt{2x+3}=x$. Если корней окажется несколько, то в ответе запишите наименьший из них.

Ответ: ___________________________.

© 2025 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

ПРОЕКТ ЕГЭ 2025

7 Найдите значение выражения $3\cos 2\alpha$, если $\sin\alpha=0,2$.

Ответ: ___________________________.

ИЛИ

Найдите значение выражения $\frac{\log_9 28}{\log_9 7}+\log_7\frac{7}{4}$.

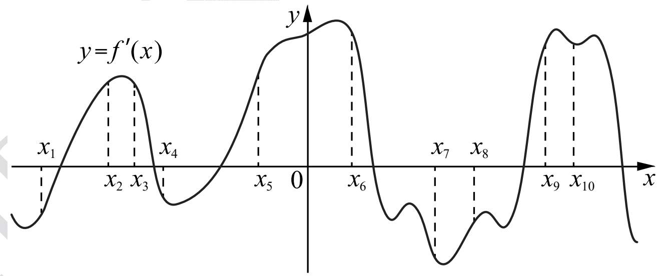
Ответ: ___________________________.

ИЛИ

Найдите значение выражения $25^{2\sqrt{8}+3}\cdot 5^{-3-4\sqrt{8}}$.

Ответ: ___________________________.

8 На рисунке изображён график $y=f'(x)$ производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечено десять точек: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}. Сколько из этих точек принадлежит промежуткам возрастания функции $f(x)$?

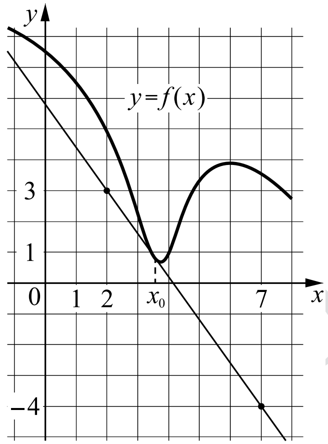


Ответ: ___________________________.

© 2025 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

ИЛИ

На рисунке изображены график функции $y=f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



Ответ: ___________________________.

9 Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 295$ Гц. Чуть позже гудок издал подъезжающий к платформе такой же тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f (в Гц) больше первого: она зависит от скорости тепловоза v (в м/с) и изменяется по закону $f(v)=\frac{f_0}{1-\frac{v}{c}}$ (Гц), где c — скорость звука (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 5 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а $c = 300$ м/с. Ответ дайте в м/с.

Ответ: ___________________________.

10 Моторная лодка прошла против течения реки 143 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: ___________________________.

ИЛИ

Смешав 45%-й и 97%-й растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 62%-й раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50%-го раствора той же кислоты, то получили бы 72%-й раствор кислоты. Сколько килограммов 45%-го раствора использовали для получения смеси?

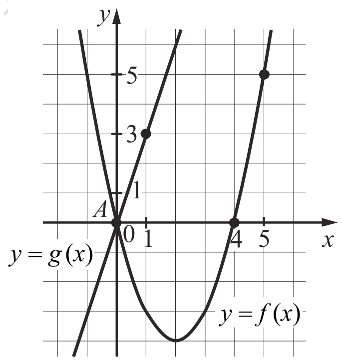
Ответ: ___________________________.

ИЛИ

Первая труба пропускает на 5 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 104 литра она заполняет на 5 минут дольше, чем вторая труба?

Ответ: ___________________________.

11 На рисунке изображены графики функций видов $f(x)=ax^2+bx+c$ и $g(x)=kx$, пересекающиеся в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



Ответ: ___________________________.

ПРОЕКТ ЕГЭ 2025

12 Найдите наименьшее значение функции

$$y = 9x - 9\ln(x+11) + 7$$

на отрезке $[-10{,}5; 0]$.

Ответ: ___________________________.

ИЛИ

Найдите точку максимума функции $y = (x+8)^2 \cdot e^{3-x}$.

Ответ: ___________________________.

ИЛИ

Найдите точку минимума функции $y = -\dfrac{x}{x^2+256}$.

Ответ: ___________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

ПРОЕКТ ЕГЭ 2025

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение

$$2\sin^3 x = \sqrt{2}\cos^2 x + 2\sin x.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\dfrac{5\pi}{2}\right]$.

14 В правильном тетраэдре $ABCD$ точки M и N — середины рёбер AB и CD соответственно. Плоскость α перпендикулярна прямой MN и пересекает ребро BC в точке K.
а) Докажите, что прямая MN перпендикулярна рёбрам AB и CD.
б) Найдите площадь сечения тетраэдра $ABCD$ плоскостью α, если известно, что $BK = 1$, $KC = 3$.

15 Решите неравенство $\dfrac{\log_2(2-x) - \log_2(x+1)}{\log_2^2 x^2 + \log_2 x^4 + 1} \geq 0$.

16 В июле 2026 года планируется взять кредит на десять лет в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:
– каждый январь долг будет возрастать на r % по сравнению с концом предыдущего года (r — целое число);
– с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;
– в июле 2027, 2028, 2029, 2030 и 2031 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
– в июле 2031 года долг должен составить 200 тыс. рублей;
– в июле 2032, 2033, 2034, 2035 и 2036 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
– к июлю 2036 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1480 тыс. рублей. Найдите r.

ПРОЕКТ ЕГЭ 2025

17 Пятиугольник $ABCDE$ вписан в окружность. Известно, что $AB = CD = 3$, $BC = DE = 4$.
а) Докажите, что $AC = CE$.
б) Найдите длину диагонали BE, если $AD = 6$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases}\left(x^2 - 5x - y + 3\right)\cdot\sqrt{x - y + 3} = 0,\\ y = 3x + a\end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

19 Из пары натуральных чисел $(a; b)$, где $a > b$, за один ход получают пару $(a + b; a - b)$.
а) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары $(100; 1)$ пару, большее число в которой равно 400?
б) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары $(100; 1)$ пару $(806; 788)$?
в) Какое наименьшее a может быть в паре $(a; b)$, из которой за несколько ходов можно получить пару $(806; 788)$?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

ПРОЕКТ ЕГЭ 2025

Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ			
	Пример 1	Пример 2	Пример 3	Пример 4
1	61	18	157	5
2	12	29		
3	1,125	340	104	
4	0,35	0,38		
5	0,992	0,15		
6	4	17	93	3
7	2,76	2	125	
8	6	–1,4		
9	5			
10	12	15	8	
11	7			
12	–83	–6	16	

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным; все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается 0 баллов.**

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

ПРОЕКТ ЕГЭ 2025

13 а) Решите уравнение

$$2\sin^3 x = \sqrt{2}\cos^2 x + 2\sin x.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

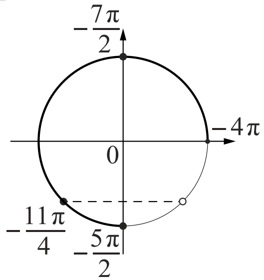
$$2\sin x\cdot\left(1-\cos^2 x\right)-\sqrt{2}\cos^2 x-2\sin x=0;$$

$$2\sin x-2\sin x\cdot\cos^2 x-\sqrt{2}\cos^2 x-2\sin x=0;$$

$$2\sin x\cdot\cos^2 x+\sqrt{2}\cos^2 x=0;\ \cos^2 x\cdot\left(2\sin x+\sqrt{2}\right)=0.$$

Значит, $\cos x=0$, откуда $x=\frac{\pi}{2}+\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$, или $\sin x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, откуда $x=-\frac{\pi}{4}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$, или $x=-\frac{3\pi}{4}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.



Получим числа: $-\frac{7\pi}{2}$; $-\frac{11\pi}{4}$; $-\frac{5\pi}{2}$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{2}+\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{4}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $-\frac{3\pi}{4}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$;

б) $-\frac{7\pi}{2}$; $-\frac{11\pi}{4}$; $-\frac{5\pi}{2}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

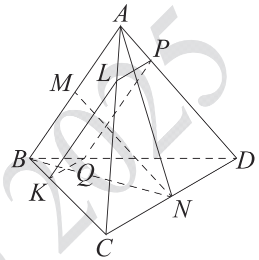
© 2025 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

14 В правильном тетраэдре $ABCD$ точки M и N — середины рёбер AB и CD соответственно. Плоскость α перпендикулярна прямой MN и пересекает ребро BC в точке K.

а) Докажите, что прямая MN перпендикулярна рёбрам AB и CD.

б) Найдите площадь сечения тетраэдра $ABCD$ плоскостью α, если известно, что $BK=1$, $KC=3$.

Решение.



а) В треугольнике ANB имеем: $AN=BN=\frac{\sqrt{3}}{2}CD$. Следовательно, он равнобедренный с основанием AB, а его медиана NM перпендикулярна ребру AB. Аналогично прямая MN перпендикулярна ребру CD.

б) Плоскость α, перпендикулярная прямой MN, параллельна прямым AB и CD, поскольку эти прямые перпендикулярны прямой MN.

Обозначим точки пересечения рёбер AC, AD и BD с плоскостью α через L, P и Q соответственно. Тогда четырёхугольник $KLPQ$ является прямоугольником, поскольку его стороны KL и PQ параллельны ребру AB, стороны KQ и LP параллельны ребру CD, а прямые AB и CD перпендикулярны.

Треугольники KCL и KBQ равносторонние. Следовательно, $KL=KC=3$, $QK=BK=1$, а площадь прямоугольника $KLPQ$ равна $KL\cdot KQ=3$.

Ответ: б) 3.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, но при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	*3*

© 2025 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

ПРОЕКТ ЕГЭ 2025

15 Решите неравенство $\dfrac{\log_2(2-x)-\log_2(x+1)}{\log_2^2 x^2+\log_2 x^4+1}\geq 0.$

Решение.
Запишем исходное неравенство в виде:

$$\frac{\log_2(2-x)-\log_2(x+1)}{\log_2^2 x^2+2\log_2 x^2+1}\geq 0;\ \frac{\log_2(2-x)-\log_2(x+1)}{\left(\log_2 x^2+1\right)^2}\geq 0.$$

Значение знаменателя $\left(\log_2 x^2+1\right)^2$ не определено при $x=0$, равно нулю при $x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ и при $x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ и положительно при других значениях x.

При $x\neq-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $x\neq 0$ и $x\neq\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ неравенство принимает вид:

$$\log_2(2-x)-\log_2(x+1)\geq 0;\ \log_2(x+1)\leq\log_2(2-x);\ 0<x+1\leq 2-x,$$

откуда $-1<x\leq\dfrac{1}{2}$. Учитывая условия $x\neq-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $x\neq 0$ и $x\neq\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, получаем: $-1<x<-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$; $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}<x<0$; $0<x\leq\dfrac{1}{2}$.

Ответ: $\left(-1;-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$; $\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2};0\right)$; $\left(0;\dfrac{1}{2}\right]$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки $\frac{1}{2}$, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

ПРОЕКТ ЕГЭ 2025

© 2025 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

16 В июле 2026 года планируется взять кредит на десять лет в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг будет возрастать на r % по сравнению с концом предыдущего года (r — целое число);
– с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;
– в июле 2027, 2028, 2029, 2030 и 2031 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
– в июле 2031 года долг должен составить 200 тыс. рублей;
– в июле 2032, 2033, 2034, 2035 и 2036 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
– к июлю 2036 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1480 тыс. рублей. Найдите r.

Решение. По условию долг (в тыс. рублей) по состоянию на июль должен уменьшаться следующим образом:

$$800;\ 680;\ 560;\ 440;\ 320;\ 200;\ 160;\ 120;\ 80;\ 40;\ 0.$$

Пусть $k=1+\dfrac{r}{100}$. Тогда последовательность размеров долга (в тыс. рублей) по состоянию на январь такова:

$$800k;\ 680k;\ 560k;\ 440k;\ 320k;\ 200k;\ 160k;\ 120k;\ 80k;\ 40k.$$

Следовательно, платежи (в тыс. рублей) должны быть следующими:

$$800k-680;\ 680k-560;\ 560k-440;\ 440k-320;\ 320k-200;$$
$$200k-160;\ 160k-120;\ 120k-80;\ 80k-40;\ 40k.$$

Значит, сумма всех платежей (в тыс. рублей) будет составлять:

$$5(560k-440)+5(120k-80)=3400k-2600.$$

Получаем: $3400k-2600=1480$, откуда $k=1{,}2$ и $r=20$.

Ответ: 20.

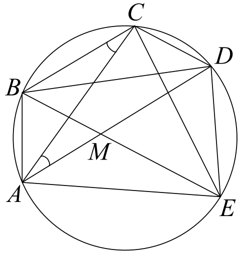
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

ПРОЕКТ ЕГЭ 2025

© 2025 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

17 Пятиугольник $ABCDE$ вписан в окружность. Известно, что $AB = CD = 3$, $BC = DE = 4$.
а) Докажите, что $AC = CE$.
б) Найдите длину диагонали BE, если $AD = 6$.

Решение.



а) В четырёхугольнике $ABCD$ острые углы ACB и CAD опираются на равные хорды AB и CD. Следовательно, $\angle ACB = \angle CAD$, а значит, прямые BC и AD параллельны. Аналогично прямые CD и BE параллельны.
Значит, четырёхугольники $ABCD$ и $BCDE$ являются равнобедренными трапециями. Следовательно, $AC = BD = CE$.
б) Обозначим точку пересечения диагоналей AD и BE через M. Четырёхугольник $BCDM$ является параллелограммом, поскольку его противоположные стороны параллельны. Значит: $BM = CD = AB = 3$, $DM = BC = DE = 4$. Следовательно, треугольники ABM и MDE равнобедренные, причём $\angle BAM = \angle AMB = \angle DME = \angle DEM$. Значит, эти треугольники подобны с коэффициентом подобия $\frac{DE}{AB} = \frac{4}{3}$, откуда получаем:

$$ME = \frac{DE}{AB} \cdot AM = \frac{DE}{AB} \cdot (AD - DM) = \frac{8}{3};$$

$$BE = BM + ME = \frac{17}{3}.$$

Ответ: б) $\frac{17}{3}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, но при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	*3*

© 2025 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \left(x^2 - 5x - y + 3\right) \cdot \sqrt{x - y + 3} = 0, \\ y = 3x + a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Решение.

Каждое решение уравнения $\left(x^2 - 5x - y + 3\right) \cdot \sqrt{x - y + 3} = 0$ либо является решением уравнения $x - y + 3 = 0$, откуда $y = x + 3$, либо является решением системы:

$$\begin{cases} x^2 - 5x - y + 3 = 0, \\ x - y + 3 \ge 0; \end{cases} \begin{cases} y = x^2 - 5x + 3, \\ y \le x + 3; \end{cases} \begin{cases} y = x^2 - 5x + 3, \\ x^2 - 5x + 3 \le x + 3; \end{cases} \begin{cases} y = x^2 - 5x + 3, \\ x^2 - 6x \le 0, \end{cases}$$

откуда $y = x^2 - 5x + 3$ при условии $0 \le x \le 6$.

Для каждого из этих случаев подставим $y = 3x + a$ и найдём количество корней получившегося уравнения в зависимости от a.

Первый случай: $3x + a = x + 3$, откуда $x = \frac{3 - a}{2}$.

Второй случай: $3x + a = x^2 - 5x + 3$ при условии $0 \le x \le 6$. Получаем квадратное уравнение $x^2 - 8x - a + 3 = 0$. Дискриминант этого уравнения равен $64 + 4(a - 3) = 4(a + 13)$. Значит, уравнение $x^2 - 8x - a + 3 = 0$ имеет два корня при $a > -13$, имеет единственный корень $x = 4$ при $a = -13$ и не имеет корней при $a < -13$.

При $a > -13$ функция $f(x) = x^2 - 8x - a + 3$ принимает наименьшее значение при $x = 4$, и это значение отрицательно. Следовательно, больший корень уравнения $f(x) = 0$ удовлетворяет условию $0 \le x \le 6$ тогда и только тогда, когда $f(6) \ge 0$; $-a - 9 \ge 0$, откуда $a \le -9$.

Аналогично меньший корень уравнения $f(x) = 0$ удовлетворяет условию $0 \le x \le 6$ тогда и только тогда, когда $f(0) \ge 0$; $-a + 3 \ge 0$, откуда $a \le 3$.

Число $\frac{3 - a}{2}$ является корнем квадратного уравнения $f(x) = 0$ при $\left(\frac{3 - a}{2}\right)^2 - 4(3 - a) - a + 3 = 0$, откуда

$$\left(\frac{a - 3}{2}\right)^2 + 3(a - 3) = 0; \ (a - 3)(a + 9) = 0,$$

то есть при $a = 3$ и при $a = -9$.

Таким образом, исходная система уравнений имеет ровно два различных решения при $a = -13$; $-9 \le a < 3$.

Ответ: $a = -13$; $-9 \le a < 3$.

© 2025 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки

ПРОЕКТ ЕГЭ 2025

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a, отличающееся от искомого только исключением/включением точек $a=-9$ и / или $a=3$	3
С помощью верного рассуждения получен промежуток $(-9;3)$ множества значений a, возможно, с включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом верно выполнены все шаги решения	2
Задача верно сведена к исследованию взаимного расположения параболы и прямых (аналитически или графически)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*4*

19 Из пары натуральных чисел $(a;b)$, где $a>b$, за один ход получают пару $(a+b;a-b)$.

а) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары $(100;1)$ пару, большее число в которой равно 400?

б) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары $(100;1)$ пару $(806;788)$?

в) Какое наименьшее a может быть в паре $(a;b)$, из которой за несколько ходов можно получить пару $(806;788)$?

ПРОЕКТ ЕГЭ 2025

Решение. а) Из пары $(100;1)$ за один ход получается пара $(101;99)$, за два хода получается пара $(200;2)$, за три хода получается пара $(202;198)$, а за четыре хода получается пара $(400;4)$.

б) Заметим, что за один ход из пары $(a;b)$ получается пара $(a+b;a-b)$, а за два хода получается пара $(2a;2b)$. Следовательно, из пары $(100;1)$ можно получить только пары $(2^k\cdot100;2^k)$ и $(2^k\cdot101;2^k\cdot99)$, где k — неотрицательное целое число. Число 806 не равно $2^k\cdot100$ и $2^k\cdot101$, а значит, пару $(806;788)$ невозможно получить за несколько ходов из пары $(100;1)$.

в) Заметим, что пару $(c;d)$ за один ход можно получить только из пары $\left(\frac{c+d}{2};\frac{c-d}{2}\right)$ при условии, что числа c и d одной чётности.

Таким образом, пара $(806;788)$ получается из пары $(797;9)$, которая получается из пары $(403;394)$. Пару $(403;394)$ невозможно получить за один ход ни из какой пары, поскольку числа 403 и 394 имеют разную чётность. Следовательно, наименьшее число a в паре $(a;b)$, из которой за несколько ходов можно получить пару $(806;788)$, равно 403.

Ответ: а) да; б) нет; в) 403.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а*, *б* и *в*	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте *в* и обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б*	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а* и *б* ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *в*	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*4*

ПРОЕКТ ЕГЭ 2025

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 04.04.2023 № 233/552, зарегистрирован Минюстом России 15.05.2023 № 73314)

«81. Проверка экзаменационных работ включает в себя:

1) проверку и оценивание предметными комиссиями ответов на задания КИМ для проведения ЕГЭ с развёрнутым ответом <…>, в том числе устных ответов, в соответствии с критериями оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрнадзором[1]. <…>

По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют первичные баллы за каждый ответ на задания КИМ для проведения ЕГЭ с развёрнутым ответом. <…>

В случае существенного расхождения в первичных баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в первичных баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрнадзором.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о первичных баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения.

1. Расхождение между баллами, выставленными двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только те ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением.

2. Расхождение между суммами баллов, выставленных двумя экспертами за выполнение заданий 13–19, составляет 3 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 13–19 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание, а другой выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением.

4. Ситуации, в которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.

[1] Часть 14 статьи 59 Федерального закона от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации».

© 2025 Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки